



Fraccions a l'antic Egipte

Les fraccions que sorgeixen de dividir les coses en un cert número de parts tenen un origen llegendari que prové de l'Egipte antic. Les operacions amb fraccions és un element particular de les matemàtiques egípcies. Segurament el fet que no utilitzessin moneda i que tot el seu comerç es fonamentés en l'intercanvi, feia necessari una gran exactitud en el càlcul. Segurament també, el fet que la duplicació i la divisió entre 2 fos l'element fonamental del seu mètode per multiplicar i dividir va fer que utilitzessin en les seves operacions nombres fraccionaris. Un altre element a tenir en compte és que només utilitzaven fraccions amb numerador unitat. Les altres fraccions les descomposaven en sumes de fraccions amb un 1 en el numerador. Per exemple:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \qquad \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$


En la representació de les fraccions s'utilitzava el símbol  que volia dir part. Quan es volia representar:

1/5 es feia de la següent manera:



O bé si volien representar 40/7:

$$5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} = 5 + \frac{5}{7}$$

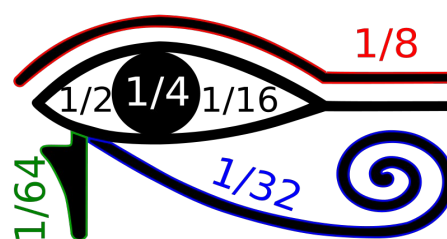
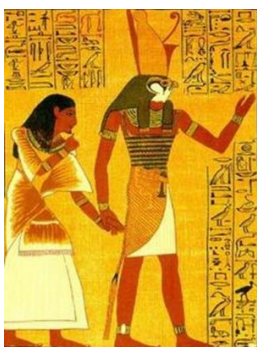


Això ho podeu trobar en el [papir Rhind](#).

Les úniques excepcions eren 1/2, 2/3, 1/4 i 3/4 que es representaven de la següent manera:



L'ull d'Horus



Era molt habitual l'ús de les fraccions de l'anomenat "ull d'horus" que representaven cadascuna de les parts en les que va ser dividit l'ull d'aquest deu en la seva batalla amb en Seth. Era molt habitual l'ús de les fraccions de l'anomenat "ull d'horus" que representaven cadascuna de les parts en les que va ser dividit l'ull d'aquest deu en la seva batalla amb en Seth. [Umés informació: Ull d'horus](#)

L'ull d'Horus

1.- A l'antic Egipte, la unitat de capacitat era el *heqat* (HqAt), representat amb l'Ull d'Horus. S'utilitzava fonamentalment per mesurar el blat, la civada i la cervesa, i equivalia a uns 4,8 litres. Cadascuna de les parts de l'Ull d'Horus era una fracció de *heqat* i es coneixen amb el nom de fraccions "Ull d'Horus". La divisió era, considerant l'ull esquerra, la següent: Les celles equivalien a $1/8$, la nineta $1/4$, la zona esquerra de la nineta $1/2$, la zona dreta de la nineta $1/16$, la part inferior diagonal sota l'ull $1/32$ i la part inferior vertical de l'ull representava $1/64$.

Completa la següent taula d'equivalències entre la mesura egípcia i les del sistema internacional:

Unitat de capacitat egípcia	Equivalència en el S.I. (litres)
Heqat	4,8 litres
Cella	
Nineta	
Dreta de la nineta	
Esquerra de la nineta	
Inferior diagonal	
Inferior vertical	

2.- El hekat tenia múltiples i divisor. Els múltiples eren el jar (20 vegades), el oipe (4 vegades). Divisors n'eren el hin ($1/10$), el dja ($1/64$) i el ro ($1/320$). Completeu la següent taula:

Unitat de capacitat egípcia	Equivalència en el S.I. (litres)
Heqat	4,8 litres
jar	
oipe	
hin	
dja	
ro	

Simplificar fraccions de numerador 1

Les fraccions que tenen numerador 1 es poden escriure com la suma de dues fraccions de numerador 1 diferents. Les fraccions de numerador 1 les anomenarem unitàries.

Per exemple

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

1.- Jaume va pensar que havia vist la norma que segueixen per formar-se i n'ha escrit alguns exemples més.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{7} + \frac{1}{12} \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$$

Els seus exemples, són tots correctes o n'hi ha d'erronis?

Què observeu sobre les operacions que són correctes?

Escriviu altres exemples que siguin correctes.

Expliqueu al Jaume com podeu generar un munt d'exemples que siguin tots correctes?

2.- Laia va començar a jugar amb la fracció $\frac{1}{6}$ per tal de trobar com es pot descompondre en suma de fraccions unitàries i es va sorprendre al trobar que hi havia més d'una manera de fer-ho.

Laia va trobar:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{7} + \frac{1}{42} \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \quad (\text{però es va adonar aquest no comptava perquè les dues fraccions eren iguals.})$$

3.- En Jaume va tractar de fer el mateix amb $\frac{1}{8}$. Acabeu els càlculs del Jaume per fer que les igualtats es compleixin.

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{\textcolor{red}{i_c}} \quad \frac{1}{8} = \frac{1}{10} + \frac{1}{\textcolor{red}{i_c}} \quad \frac{1}{8} = \frac{1}{11} + \frac{1}{\textcolor{red}{i_c}}$$

Totes les fraccions de numerador 1 (fraccions unitàries) es poden descompondre de diverses maneres tal com hem fet en els apartats anteriors?

Trieu diverses fraccions unitàries i comproveu la validesa de les vostres teories.

Les seqüències de Farey

Si us dono una llista de decimals, pot resultar bastant senzill ordenar-los. Però, què passa amb les fraccions?

Un home anomenat John Farey va investigar com ordenar les seqüències de fraccions. A aquestes seqüències se'ls anomena seqüències Farey.

La tercera seqüència de Farey, F3, es veu així:

En ell s'ordenen totes les fraccions entre 0 i 1, en les seves formes més simples, amb denominadors que no siguin més grans de 3.

Aquí teniu F4:



- Escriuiu F5.
- Quines són les fraccions de F5 que no estan a F4?
- Useu la F5 per completar F6 i F7.

Aquí hi ha algunes altres preguntes per a considerar:

d) Hi ha un munt de fraccions a F11 que no estan a F10. Només hi ha unes poques fraccions a F12, que no apareixen a F11. Pots explicar per què això és així?

e) En quins casos creus que necessitaràs un bon grapat de fraccions extra per aconseguir la propera seqüència de Farey?

f) Sempre passarà que una Seqüència Farey és més llarga que l'anterior? Com ho saps?

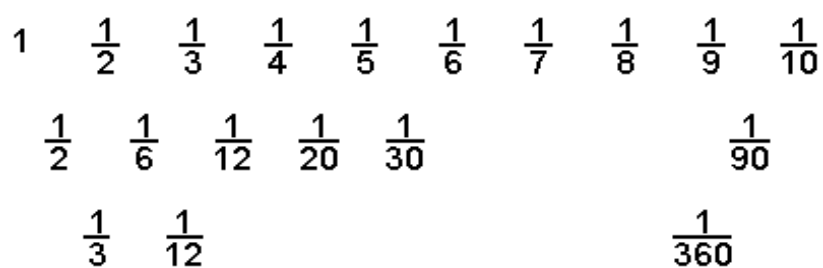
Fins ara, totes les seqüències de Farey que hem vist tenen un nombre senar de fraccions. Pots trobar una seqüència de Farey amb un nombre parell de fraccions?

g) En F4, $\frac{3}{4}$ es troba entre $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{1}$. Quan introdueixes una nova fracció, què observes sobre les fraccions que aquesta té a cada costat?

h) Tria tres fraccions consecutives d'una seqüència qualsevol de Farey. Pots trobar una manera de combinar les dues fraccions exteriors per trobar la del mig?

Un triangle curiós

1.- Continua la seqüència següent obtinguda per restes successives de la primera fila de fraccions. Continua el model fins al rengle 10



2.- Les fraccions són sempre unitàries?

3.- Troba una llei entre els denominadors en diagonal.